

IFT159

# Analyse et programmation

## Chapitre 12 — Introduction à la complexité algorithmique

Gabriel Girard

Département d'informatique



6 avril 2011

# Chapitre 12 — Introduction à la complexité algorithmique

- 1 Concept et définition
- 2 Exemples de complexité
- 3 Calcul de la complexité
- 4 Exemples de calcul
- 5 Exercice

# Concept et définition

- La complexité algorithmique donne un aperçu de la performance d'un algorithme
- Utile lorsqu'il existe plusieurs solutions à un problème.
- On utilise l'algorithme qui est le plus efficace.
- L'efficacité d'un algorithme doit être établie avant son implantation.

# Définition et exemples simples

- Il s'agit de trouver, en fonction du nombre d'entrées, le nombre de fois que chaque énoncé s'exécute
- Significatif seulement pour un grand nombre d'entrées
- Exemple :
  - $5n + 2$  ou  $n(n + 1)/2$
  - Si  $n = 10 \Rightarrow 52$  ou  $55$
  - Si  $n = 100\ 000 \Rightarrow 500\ 002$  ou  $5\ 000\ 050\ 000$
  - À noter :
    - dans  $5n + 2$ ,  $2$  est négligeable  $\Rightarrow O(n)$
    - dans  $n(n + 1)/2$  ( $n^2/2 + n/2$ ,  $n/2$  est négligeable  $\Rightarrow O(n^2)$ )

# Exemples de complexité

$O(\log n)$     ordre logarithmique

$O(n)$     ordre linéaire

$O(n \log n)$     ordre ?

$O(1)$     ordre constant

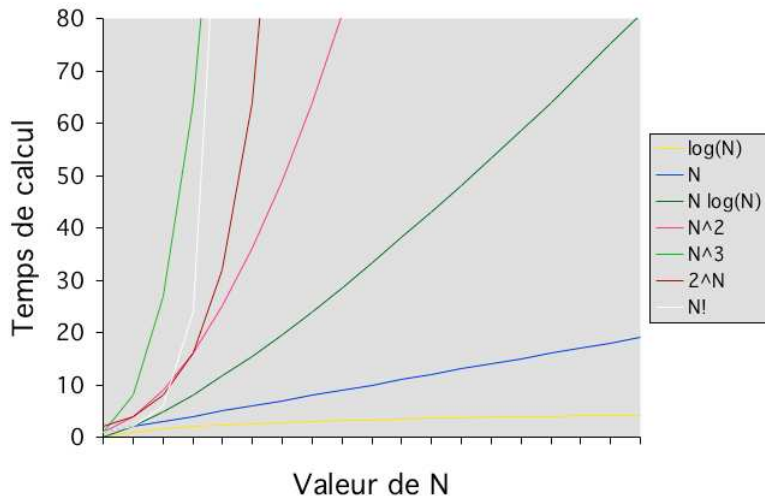
$O(n^2)$     ordre quadratique

$O(n^3)$     ordre cubique

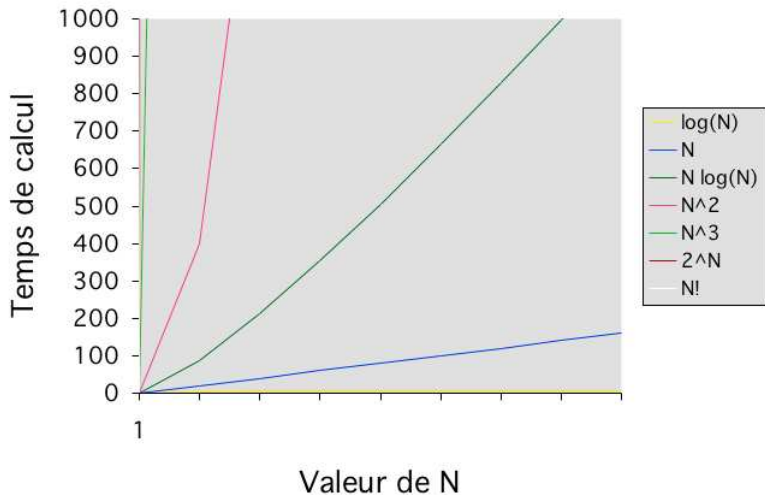
$O(2^n)$     ordre exponentielle

$O(n!)$     ordre factoriel

## Illustration : petite échelle



## Illustration : grande échelle



# Calcul de la complexité

- Comment trouver ces ordres ??
- Exemple 1 :

```
x++ ;
```



# Calcul de la complexité

## ■ Exemple 2 :

```
for(int i = 0 ; i < n ; i++)  
    x++ ;
```

# Calcul de la complexité

## ■ Exemple 3 :

```
for(int i = 0 ; i < n ; i++)  
    for(int j = 0 ; j < i ; j++)  
        x++ ;
```

# Calcul de la complexité

- Qu'arrive-t-il si l'énoncé est dans un énoncé conditionnel ?
- On recherche alors la moyenne le nombre de fois où l'instruction s'exécute
- On calcule, dans le pire des cas, le nombre de fois que l'instruction s'exécute.

# Algorithmes de recherche

- Recherche linéaire (Pire cas et moyenne)
- Recherche dichotomique

# Algorithmes de tri

- Tri sélection
- Tri bulle
- Tri fusion

# Algorithme récursif

- Tour de Hanoï

# Exercice

Compter le nombre de fois que l'instruction `x++` est exécutée dans chacun des segments de code suivants :

1

```
for(int i = 0 ; i < n ; i++)
  for(int j = 0 ; j < i ; j++)
    for(int k = 0 ; k < j ; k++)
      x++ ;
```

2

```
for(int i = 0 ; i < n ; i++)
{
  j = i + 1;
  while (j < n+1)
  {
    for (k=i+1; k < n+1; k++)
      x++;
    j++;
    x++;
  }
}
```